

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Límite de una función compuesta usando la continuidad

CÓDIGO MAT-CAL 1.8-G4	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 5 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.8 Continuidad en un punto y tipos de discontinuidad	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante calcule el límite de una composición usando que $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \rightarrow a} g(x)\right)$ cuando f es continua en ese valor.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando el límite es de una **función dentro de otra** (sen, ln, e^u , arctan, una raíz...), la de adentro necesita una técnica de límites y la de afuera es continua en el resultado: por ejemplo, $\lim_{x \rightarrow 2} \arctan\left(\frac{x^2 - 4}{3x^2 - 6x}\right)$. Aquí se espera que calcules primero el límite de adentro y luego apliques la función de afuera.

 **Pista:** La expresión es $f(g(x))$ con f continua (sen, cos, e^u , ln, arctan, raíz).

 **Pista:** El límite de $g(x)$ es un **número** L que se calcula con las técnicas anteriores (forma 0/0, límite al infinito...).

 **Frontera:** Si al sustituir directamente obtienes un número (la función de adentro no necesita ninguna técnica), NO es este arquetipo → ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1).

 **Frontera:** Si el límite de adentro es ∞ o $-\infty$ (por ejemplo, $\arctan(x^2)$ con $x \rightarrow \infty$), NO es este arquetipo → ve a «Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente» (1.7-G3).

 **Conexión:** Usa las plantillas 1.3, 1.4 y 1.7 para calcular el límite de la función de adentro.

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Función de afuera	f	_____ ¿continua en el valor límite? ☐ Sí ☐ No
Función de adentro	$g(x)$	_____
Límite de adentro	$L = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$	_____
¿Qué se pide?	☐ Valor del límite	
Representación [Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]		

☐ **Control:** ¿La función de afuera es continua en L ? ☐ Sí ☐ No → revisa la  frontera

3 ACTIVA · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límite de una composición Si $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$ y f es continua en L , entonces $\lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = f(L)$.	Permite «meter» el límite dentro de f . Vale también con $x \rightarrow \pm \infty$.
Funciones continuas sen, cos, e^u y arctan en todo $\mathbb{R}$; ln en $(0, \infty)$; $\sqrt{u}$ en $[0, \infty)$.	Condición para aplicar la regla.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.8 – Continuidad.

4 RESUELVE · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** la función de afuera f y la de adentro g .

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Calcula** el límite L de la función de adentro (con la plantilla que corresponda).
3. **Aplica** la función de afuera a ese límite.

 **Clave:** Si f es continua en L , el límite «entra» en f : primero adentro, después afuera.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Verifica** que f es continua en L .

☐ **Control:** ¿ f es continua en L ? Sí → el resultado es $f(L)$. No → este método no sirve: revisa la  frontera.

5. **Concluye** con el valor del límite.

 **Cuidado:** Da el valor exacto (por ejemplo, $\arctan \frac{2}{3}$ o $\ln 6$), no solo un decimal.

5 COMPRUEBA · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Calculaste bien el límite de adentro?
☐	¿ f es continua en ese valor?
☐	¿Evaluaste f en el valor correcto?
☐	¿Una evaluación numérica cercana confirma el resultado?
☐	¿Diste el valor exacto?

6 RECUERDA · Tip Final del Profesor

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?

 Con funciones continuas, el límite **atraviesa** la función: resuelve lo de adentro y evalúa lo de afuera.

7**PRACTICA · Práctica Aplicada – 5 versiones***Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?*

Versión 1 <i>Directa</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^2-1}{x-1}} + 7$.
Versión 2 <i>Logaritmo</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} \ln \left(\frac{x^2-9}{x-3} \right)$.
Versión 3 <i>Adentro 0/0</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \arctan \left(\frac{x^2-4}{3x^2-6x} \right)$.
Versión 4 <i>Hacia infinito</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{\frac{2-x}{x+1}}$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \cos \left(\frac{\text{sen } 3x}{x} \right)$.

CLAVE DE RESPUESTAS

- 3: el interior es $x+1+7 \rightarrow 9$ y $\sqrt{9}=3$.
- $\ln 6$: el interior es $x+3 \rightarrow 6$.
- $\arctan \frac{2}{3}$: el interior es $\frac{x+2}{3x} \rightarrow \frac{2}{3}$.
- $e^{-1} = \frac{1}{e}$: el exponente tiende a -1 .
- $\cos 3$: el interior tiende a 3 .