

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Verificar la continuidad en un punto

CÓDIGO MAT-CAL 1.8-G1	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 5-10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.8 Continuidad en un punto y tipos de discontinuidad	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante decida si una función es continua en un punto comprobando, en orden, las tres condiciones de la definición.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando te preguntan «¿es f continua en $x=a$?», casi siempre con funciones por tramos o con un valor $f(a)$ definido aparte: por ejemplo, $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ si $x \neq 2$ y $f(2)=3$. Aquí se espera que compruebes las tres condiciones en orden y digas cuál falla, si falla alguna.

 **Pista:** Se pregunta «¿es continua en $x=a$?» o «justifica si f es continua en a ».

 **Pista:** La función es por tramos o tiene un valor aislado en $x=a$.

 **Pista:** Se espera un **sí o no** justificado, no el tipo de discontinuidad.

 **Frontera:** Si se pregunta **dónde** es continua (en qué intervalos), NO es este arquetipo → ve a «Hallar los intervalos donde una función es continua» (1.8-G3).

 **Frontera:** Si se pide el **tipo** de discontinuidad, NO es este arquetipo → ve a «Clasificar una discontinuidad» (1.8-G2).

 **Frontera:** Si hay **constantes** que ajustar para que sea continua, NO es este arquetipo → ve a «Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua» (1-II).

 **Conexión:** Prerrequisito: «Límite en un punto donde cambia la fórmula» (1.2-G1).

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Función	f	_____
Punto	a	_____
Condición 1	$f(a)$	_____ ☐ definida ☐ no definida
Condición 2	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	_____ ☐ existe ☐ no existe
Condición 3	$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$?	☐ Sí ☐ No
¿Qué se pide?	☐ ¿Es continua en a ? ☐ Justificación	

Representación

[Si aplica: gráfica, diagrama,
tabla, esquema...]

☐ **Control:** ¿Comprobaste las condiciones **en orden**? Si una falla, ya no es continua. ☐ Sí ☐ No

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Definición de continuidad f es continua en a si: (1) $f(a)$ está definido; (2) $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe y es finito; (3) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.	Las tres condiciones se verifican en orden.
Límites laterales $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$	Se usan para la condición 2 en funciones por tramos.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.8 – Continuidad.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Calcula** $f(a)$ con la fórmula que corresponde a $x=a$.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Calcula** los límites laterales en a y decide si el límite existe.
3. **Compara** el límite con $f(a)$.

 **Clave:** Las tres condiciones se verifican **en orden**: en cuanto una falla, la función no es continua en a .

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Decide.**

☐ **Control:** ¿Se cumplen las tres? Sí – continua. No – di cuál falla.

5. **Concluye** nombrando la condición que falla o diciendo que se cumplen las tres.

 **Cuidado:** Que el límite exista **no** basta: también debe ser igual a $f(a)$.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Usaste la fórmula correcta para $f(a)$?
☐	¿Calculaste ambos laterales?
☐	¿Comparaste el límite con $f(a)$?
☐	¿Una gráfica rápida confirma tu conclusión?
☐	¿Indicaste qué condición falla, si falla alguna?

6

**RECUERDA • Tip Final del Profesor**

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?

Continuidad = **tres preguntas**: ¿existe $f(a)$?, ¿existe el límite?, ¿son iguales? Un solo «no» basta.

7

**PRACTICA • Práctica Aplicada - 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa (por tramos)</i>	Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si } x < 1 \\ 2x - 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$. ¿Es continua en $x=1$?
Versión 2 <i>Valor aislado</i>	Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x - 2} & \text{si } x \neq 2 \\ 3 & \text{si } x = 2 \end{cases}$. ¿Es continua en $x=2$?
Versión 3 <i>Condición 1</i>	¿Es continua $f(x) = \frac{1}{x-1}$ en $x=1$?
Versión 4 <i>Trigonométrica</i>	Sea $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. ¿Es continua en $x=0$?
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	¿Es continua $f(x) = \llbracket x \rrbracket + \llbracket -x \rrbracket$ en $x=1$?

CLAVE DE RESPUESTAS

1. Sí: $f(1)=0$ y los dos laterales valen 0.
2. No: el límite es 4 y $f(2)=3$ (falla la condición 3).
3. No: $f(1)$ no está definida (falla la condición 1).
4. Sí: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 = f(0)$.
5. No: $f(1) = 1 + (-1) = 0$, pero para x cerca de 1 y no entero, $f(x) = -1$; el límite es $-1 \neq f(1)$ (falla la condición 3).