

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente

CÓDIGO MAT-CAL 1.7-G3	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 5–10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.7 Límites al infinito y asíntotas horizontales y oblicuas	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante calcule límites al infinito usando cómo se comportan e^x , $\ln x$ y $\arctan x$ cuando su argumento tiende a $\pm \infty$.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando $x \rightarrow \pm \infty$ y en la expresión hay **exponenciales, logaritmos o arcotangentes** cuyo argumento crece sin cota: por ejemplo $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$. Aquí se espera que uses cómo se comporta cada función básica al infinito, aunque aparezca dentro de un cociente o de una composición.

 **Pista:** Aparece $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$.

 **Pista:** Hay e^x , e^{-x} , a^x , $\ln x$ o $\arctan x$, y su argumento tiende a $\pm \infty$.

 **Frontera:** Si solo hay polinomios, NO es este arquetipo – ve a «Límite al infinito de una función racional» (1.7-G1).

 **Frontera:** Si la expresión es una composición $f(g(x))$ en la que $g(x)$ tiende a un **número** L y f es continua en L (por ejemplo, $e^{\frac{2-x}{x+1}}$ con $x \rightarrow \infty$), NO es este arquetipo – ve a «Límite de una función compuesta usando la continuidad» (1.8-G4).

 **Frontera:** Si hay que comparar la rapidez de crecimiento de funciones distintas (por ejemplo, $\frac{x^2}{e^x}$), NO es este arquetipo – ve a «Regla de L'Hôpital» (3.9-G1).

 **Conexión:** Prerrequisito (Precálculo): gráficas de e^x , $\ln x$ y $\arctan x$. Relacionado: «Límite de una función compuesta usando la continuidad» (1.8-G4).

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Expresión	$f(x)$	_____
Dirección	—	☐ $x \rightarrow \infty$ ☐ $x \rightarrow -\infty$
Funciones trascendentes presentes	—	☐ e^x ☐ e^{-x} ☐ $\ln x$ ☐ $\arctan x$
¿Qué se pide?	☐ Valor del límite	

Representación

[Si aplica: gráfica, diagrama,
tabla, esquema...]

☐ **Control:** ¿Anotaste cómo se comporta cada función en la dirección pedida? ☐ Sí ☐ No

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Exponencial $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$	El comportamiento cambia según la dirección.
Logaritmo $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x = \infty$; $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$	Crece sin cota, pero despacio.
Arcotangente $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \frac{\pi}{2}$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \arctan x = -\frac{\pi}{2}$	Tiene dos asíntotas horizontales.
Continuidad y composición $\lim_{x \rightarrow \infty} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)\right)$	Vale si f es continua en ese valor; permite «entrar» el límite en $\ln$ o $\arctan$.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.7 – Límites al infinito.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** las funciones trascendentes y la dirección.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Divide** numerador y denominador entre la exponencial dominante (o combina los logaritmos con sus propiedades).

 **Clave:** Divide entre la exponencial que **más crece** en la dirección pedida: todo lo demás tiende a 0.

3. **Aplica** los límites básicos de cada función.

 **Cuidado:** $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$, no $-\infty$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Revisa** el resultado.

☐ **Control:** ¿Todos los términos tienen límite conocido? Sí → calcula. No → reescribe (propiedades de los logaritmos, factor común).

5. **Concluye** con el valor del límite.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐ ¿Usaste el comportamiento correcto según la dirección (∞ o $-\infty$)?

☐	¿Dividiste entre la exponencial dominante?
☐	¿Aplicaste bien las propiedades de los logaritmos?
☐	¿Evaluar en un x grande (en valor absoluto) confirma el valor?
☐	¿El resultado es razonable para la función?

6**RECUERDA • Tip Final del Profesor**

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?



Antes de calcular, **dibuja mentalmente** e^x , $\ln x$ y $\arctan x$: sus gráficas te dicen el límite al infinito.

7**PRACTICA • Práctica Aplicada – 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} (3 + 2e^{-x})$.
Versión 2 <i>Composición</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan(x^2)$.
Versión 3 <i>Cociente de exponenciales</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.
Versión 4 <i>Hacia menos infinito</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(2x+1) - \ln(x+3)]$.

CLAVE DE RESPUESTAS

1. 3.

2. $\frac{\pi}{2}$.3. 1 (divide entre e^{2x}).4. -1 (porque $e^{2x} \rightarrow 0$).5. $\ln 2$, porque $\ln(2x+1) - \ln(x+3) = \ln \frac{2x+1}{x+3}$ y $\frac{2x+1}{x+3} \rightarrow 2$.