

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Límite al infinito con radicales

CÓDIGO MAT-CAL 1.7-G2	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.7 Límites al infinito y asíntotas horizontales y oblicuas	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante calcule límites al infinito con raíces, controlando el signo cuando $x \rightarrow -\infty$ y resolviendo la forma $\infty - \infty$.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando $x \rightarrow \pm\infty$ y la expresión tiene **raíces**, en un cociente como $\frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+3}$ o en una resta como $\sqrt{x^2+x} - x$. Aquí se espera que saques la potencia dominante de la raíz con el signo correcto y que uses el conjugado si aparece la forma $\infty - \infty$.

 **Pista:** Aparece $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$.

 **Pista:** Hay raíces como $\sqrt{x^2+\dots}$.

 **Pista:** Puede haber una resta de dos términos que crecen (forma $\infty - \infty$).

 **Frontera:** Si no hay raíces, NO es este arquetipo → ve a «Límite al infinito de una función racional» (1.7-G1).

 **Frontera:** Si $x \rightarrow a$ (un número) y al sustituir obtienes **0/0** con raíces, NO es este arquetipo → ve a «Forma 0/0 con radicales: racionalizar» (1.3-G4).

 **Frontera:** Si se piden las **asíntotas** horizontales u oblicuas, NO es este arquetipo → ve a «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4).

 **Conexión:** Prerrequisito: «Límite al infinito de una función racional» (1.7-G1).

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Expresión	$f(x)$	_____
Dirección	—	☐ $x \rightarrow \infty$ ☐ $x \rightarrow -\infty$
Forma inicial	—	☐ ∞/∞ ☐ $\infty - \infty$
¿Qué se pide?	☐ Valor del límite	
Representación [Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]		

☐ **Control:** Si la forma es $\infty - \infty$: ¿multiplicaste primero por el conjugado? ☐ Sí ☐ No — hazlo antes de dividir

 **Cuidado:** $\infty - \infty$ **no** es 0: es una indeterminación.

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Raíz de un cuadrado $\sqrt{x^2} = x $	Para $x > 0$ es x ; para $x < 0$ es $-x$.
Sacar la potencia de la raíz $\sqrt{x^2 + bx + c} = x \sqrt{1 + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2}}$	Vale para $x \neq 0$; permite comparar con el resto de la expresión.
Conjugado $(\sqrt{u} - v)(\sqrt{u} + v) = u - v^2$	Convierte $\infty - \infty$ en un cociente.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.7 – Límites al infinito.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** la forma (∞/∞ o $\infty - \infty$) y la dirección (∞ o $-\infty$).

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Multiplícala** por el conjugado si la forma es $\infty - \infty$.
3. **Saca** la mayor potencia de x de cada raíz.

 **Clave:** $\sqrt{x^2} = |x|$: cuando $x \rightarrow -\infty$, al sacar x de la raíz aparece un **signo menos**.

4. **Divide** entre la potencia dominante y usa que $\frac{c}{x^n} \rightarrow 0$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Revisa** el signo del resultado.

 **Control:** ¿ $x \rightarrow -\infty$? Comprueba que usaste $|x| = -x$. Si no, corrige.

6. **Concluye** con el valor del límite.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Usaste $ x = -x$ cuando $x \rightarrow -\infty$?
☐	¿Convertiste $\infty - \infty$ con el conjugado antes de dividir?
☐	¿Simplificaste bien dentro de las raíces?
☐	¿Evaluar en $x = 10^4$ (o en $x = -10^4$) da un valor parecido?
☐	¿El signo del resultado es razonable?

6 **RECUERDA** · Tip Final del Profesor

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?

 Con raíces al infinito hay dos trampas: $\infty - \infty$ **no es cero** (usa el conjugado) y $\sqrt{x^2} = |x|$ (ojo con $x \rightarrow -\infty$).

7**PRACTICA · Práctica Aplicada – 5 versiones***Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?*

Versión 1 <i>Directa</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+3}$.
Versión 2 <i>Hacia menos infinito</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{x+3}$.
Versión 3 <i>Conjugado</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2+x} - x)$.
Versión 4 <i>Conjugado con la raíz restando</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 - 6x})$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + \sqrt{x^2 + 4x})$.

CLAVE DE RESPUESTAS

- 2.
- 2 (para $x < 0$, $\sqrt{4x^2} = -2x$).
- $\frac{1}{2}$.
- 3.
- 2 (conjugado y, al sacar x de la raíz, $|x| = -x$).