

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Límite al infinito de una función racional

CÓDIGO MAT-CAL 1.7-G1	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 5 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.7 Límites al infinito y asíntotas horizontales y oblicuas	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante calcule el límite de un cociente de polinomios cuando $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$ comparando los grados y los coeficientes principales.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$ en un **cociente de polinomios**: por ejemplo $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x}{5x^2 + 2}$.

Aquí se espera que decidas el resultado comparando los grados y los coeficientes principales, aunque los polinomios vengan factorizados.

 **Pista:** Aparece $x \rightarrow \infty$ o $x \rightarrow -\infty$.

 **Pista:** Numerador y denominador son polinomios (sin raíces, exponenciales ni logaritmos).

 **Frontera:** Si hay **raíces**, NO es este arquetipo → ve a «Límite al infinito con radicales» (1.7-G2).

 **Frontera:** Si hay e^x , $\ln x$ o $\arctan x$, NO es este arquetipo → ve a «Límite al infinito con exponenciales, logaritmos o arcotangente» (1.7-G3).

 **Frontera:** Si se piden las **asíntotas** horizontales u oblicuas, NO es este arquetipo → ve a «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4).

 **Frontera:** Si $x \rightarrow a$ (un número), NO es este arquetipo → ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1) o, si obtienes $0/0$, a «Forma $0/0$ con polinomios: factorizar» (1.3-G3).

 **Conexión:** Se usa en «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4) y en «Análisis completo de las asíntotas de una función racional» (1-I2).

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Numerador	$N(x)$	_____ grado: _____ coef. principal: _____
Denominador	$D(x)$	_____ grado: _____ coef. principal: _____
Dirección	—	☐ $x \rightarrow \infty$ ☐ $x \rightarrow -\infty$
¿Qué se pide?	☐ Valor del límite (número, ∞ o $-\infty$)	
Representación [Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]		

☐ **Control:** ¿Identificaste el grado y el coeficiente principal de cada polinomio (desarrollando si están factorizados)? ☐ Sí ☐ No

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Potencias recíprocas $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{c}{x^n} = 0$	Con n entero positivo y c constante: los términos de menor grado desaparecen.
Regla de los grados $\text{gr}(N) < \text{gr}(D) \Rightarrow 0$; $\text{gr}(N) = \text{gr}(D) \Rightarrow \frac{a_n}{b_m}$; $\text{gr}(N) > \text{gr}(D) \Rightarrow \pm\infty$	a_n y b_m son los coeficientes principales. Si el límite es infinito, el signo sale de los términos principales.
Método general Divide N y D entre x^m , la mayor potencia de x en D .	Justificación formal de la regla.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.7 – Límites al infinito.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Identifica** el grado y el coeficiente principal de N y de D .

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Compara** los grados.

 **Clave:** Al infinito solo mandan los **términos de mayor grado**: el resto se vuelve despreciable.

3. **Divide** numerador y denominador entre la mayor potencia de x del denominador y usa que $\frac{c}{x^n} \rightarrow 0$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Determina** el signo si el resultado es infinito.

 **Cuidado:** Con $x \rightarrow -\infty$, una potencia impar de x es negativa: revisa el signo del resultado.

5. **Concluye** con el valor del límite.

☐ **Control:** ¿El resultado coincide con la regla de los grados? Sí $\rightarrow$ correcto. No $\rightarrow$ revisa la división.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Desarrollaste los productos para ver el grado real?
☐	¿Comparaste los coeficientes principales correctos?
☐	¿Revisaste el signo cuando $x \rightarrow -\infty$?
☐	¿Evaluar en $x=1000$ (o en $x=-1000$) da un valor parecido?
☐	¿Escribiste el resultado con la notación correcta?

6

**RECUERDA • Tip Final del Profesor***Fijar la clave del arquetipo • ¿Qué no debo olvidar?*

Al infinito, un polinomio se comporta como **su término de mayor grado**: compara esos términos y listo.

7

**PRACTICA • Práctica Aplicada – 5 versiones***Transferir el arquetipo a casos nuevos • ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?*

Versión 1 <i>Directa</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x}{5x^2 + 2}$.
Versión 2 <i>Grado mayor abajo</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x^2 - 3}$.
Versión 3 <i>Grado mayor arriba</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 1}{2x^2 + x}$.
Versión 4 <i>Incógnita invertida</i>	Halla el valor de a para que $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + 3}{2x^2 - x} = 5$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x - 1)^2(x + 3)}{x^3 - 4x + 7}$.

CLAVE DE RESPUESTAS

- $\frac{3}{5}$.
- 0.
- $-\infty$ (grado 3 sobre grado 2, y $x \rightarrow -\infty$).
- $\frac{a}{2} = 5$, luego $a = 10$.
- 4: el término principal del numerador es $4x^3$ y el del denominador, x^3 .