

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hallar las asíntotas verticales de una función

CÓDIGO MAT-CAL 1.6-G2	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.6 Límites infinitos y asíntotas verticales	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante localice todas las asíntotas verticales de una función y las distinga de las discontinuidades evitables (huecos).			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando te piden **todas** las asíntotas verticales de una función racional, logarítmica o trigonométrica: por ejemplo, de $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$. Aquí se espera que encuentres los candidatos y descartes los que en realidad son huecos, aunque el denominador se anule en varios puntos.

 **Pista:** Se pide «halla las asíntotas verticales» o «¿dónde tiene asíntotas verticales?».

 **Pista:** La función tiene denominadores, logaritmos o tangentes.

 **Frontera:** Si se pide el **valor de un límite** en un punto concreto, NO es este arquetipo → ve a «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1).

 **Frontera:** Si se piden asíntotas **horizontales u oblicuas**, NO es este arquetipo → ve a «Hallar asíntotas horizontales y oblicuas» (1.7-G4).

 **Frontera:** Si se piden **todas** las asíntotas (verticales, horizontales y oblicuas) de una función racional, NO es este arquetipo → ve a «Análisis completo de las asíntotas de una función racional» (1-I2).

 **Conexión:** Usa «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1) para confirmar cada candidato.

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Función	$f(x)$	_____
Puntos donde f no está definida	candidatos	$x = \underline{\hspace{1cm}}$, $x = \underline{\hspace{1cm}}$, $x = \underline{\hspace{1cm}}$
Factores que se cancelan	—	_____
¿Qué se pide?	☐ Ecuaciones de las asíntotas verticales ☐ Comportamiento cerca de cada una	
Representación [Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]		

☐ **Control:** ¿Simplificaste la función **antes** de decidir? ☐ Sí ☐ No — cancela los factores comunes primero

3 ACTIVA · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Asíntota vertical $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm \infty$ o $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm \infty$	Basta uno de los dos para que $x = a$ sea asíntota vertical.
Candidatos ceros del denominador; $\ln u$ con $u \rightarrow 0^+$; $\tan x$ en $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (k entero)	Dónde buscar.
Hueco $\frac{(x-a)g(x)}{(x-a)h(x)}$ con $h(a) \neq 0$	Si tras cancelar el denominador ya no se anula en a , hay un hueco, no una asíntota.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.6 – Límites infinitos y asíntotas verticales.

4 RESUELVE · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Encuentra** los candidatos: ceros del denominador, puntos donde el argumento de un logaritmo tiende a 0 y, si hay $\tan x$, los ceros de $\cos x$.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Simplifica** la expresión cancelando factores comunes.

 **Clave:** Si después de cancelar el denominador ya **no** se anula en a , en $x = a$ hay un **hueco**, no una asíntota.

3. **Calcula** un límite lateral en cada candidato que quede.

 **Cuidado:** Basta con que **un** lateral sea $\pm \infty$ para que haya asíntota.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

4. **Decide** para cada candidato.

 **Control:** ¿Algún lateral es $\pm \infty$? Sí → asíntota vertical. No → hueco u otro tipo de discontinuidad.

5. **Concluye** con las ecuaciones $x = a$ de las asíntotas.

5 COMPRUEBA · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Revisaste todos los ceros del denominador?
☐	¿Cancelaste factores comunes antes de decidir?
☐	¿Confirmaste cada asíntota con un límite lateral?
☐	¿Una gráfica con software muestra las mismas asíntotas?
☐	¿Escribiste las asíntotas como ecuaciones $x = a$?

6

**RECUERDA · Tip Final del Profesor**

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?



Denominador cero es **candidato**, no asíntota. Cancela primero: si el denominador aún se anula en a , hay asíntota; si ya no, hay un hueco.

7

**PRACTICA · Práctica Aplicada - 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa</i>	Halla las asíntotas verticales de $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.
Versión 2 <i>Con cancelación</i>	Halla las asíntotas verticales de $f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-x-6}$.
Versión 3 <i>Logarítmica</i>	Halla las asíntotas verticales de $f(x) = \ln(x-1)$.
Versión 4 <i>Decisión</i>	¿Tiene asíntotas verticales $g(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$?
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Halla las asíntotas verticales de $f(x) = \frac{x^2-1}{x^3-x}$.

CLAVE DE RESPUESTAS1. $x=2$.2. Para $x \neq 3$, $f(x) = \frac{x+3}{x+2}$: asíntota $x=-2$; en $x=3$ hay un hueco.3. $x=1$ (solo por la derecha: $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x-1) = -\infty$).4. No: x^2+1 nunca se anula.5. Para $x \neq \pm 1$, $f(x) = \frac{1}{x}$: asíntota $x=0$; huecos en $x=1$ y $x=-1$.