

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Límite cuando el denominador se anula y el numerador no

CÓDIGO MAT-CAL 1.6-G1	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.6 Límites infinitos y asíntotas verticales	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante reconozca la forma $\frac{L}{0}$ con $L \neq 0$ y use el análisis de signos para decidir si un límite es $+\infty$, $-\infty$ o no existe.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando, al sustituir $x=a$ en una fracción, **el denominador se anula pero el numerador no**: por ejemplo $\frac{5}{(x-3)^2}$ en $x=3$. Aquí se espera que decidas si $f(x)$ crece o decrece sin límite al acercarse x a a , aunque el enunciado no mencione asíntotas ni te diga por qué lado acercarte.

 **Pista:** Al sustituir obtienes **un número distinto de 0 dividido entre 0**.

 **Pista:** El denominador tiene un factor como $(x-a)$ o $(x-a)^2$.

 **Pista:** En la gráfica, una rama sube o baja sin límite junto a la recta $x=a$.

 **Frontera:** Si al sustituir obtienes **0/0**, NO es este arquetipo → ve a «Forma 0/0 con polinomios: factorizar» (1.3-G3), «Forma 0/0 con radicales: racionalizar» (1.3-G4) o «Forma 0/0 con fracciones: común denominador» (1.3-G5).

 **Frontera:** Si el denominador **no** se anula, NO es este arquetipo → ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1).

 **Frontera:** Si se piden **todas** las asíntotas verticales de una función, NO es este arquetipo → ve a «Hallar las asíntotas verticales de una función» (1.6-G2).

 **Conexión:** Prerrequisito: «Límite en un punto donde cambia la fórmula» (1.2-G1): se trabaja con laterales.

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Función	$f(x) = \frac{N(x)}{D(x)}$	$f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
Punto de interés	a	$x \rightarrow \underline{\hspace{1cm}}$
Tipo de límite	—	☐ $x \rightarrow a^-$ ☐ $x \rightarrow a^+$ ☐ bilateral
Valor del numerador en a	$N(a)$	$\underline{\hspace{1cm}}$ ☐ positivo ☐ negativo
¿Qué se pide?	☐ Valor del límite ($+\infty$, $-\infty$ o no existe) ☐ Asíntota vertical	

Representación

[Si aplica: gráfica, diagrama,
tabla, esquema...]

☐ **Control:** ¿ $D(a)=0$ y $N(a) \neq 0$? ☐ Sí ☐ No → revisa la  frontera

 **Cuidado:** Anota si piden un límite **lateral** o el **bilateral**: la respuesta puede cambiar.

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límite infinito $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm \infty$	f crece o decrece sin cota; no es un número.
Regla de signos de L/0 $L > 0, D - 0^+ \Rightarrow f \rightarrow +\infty$; $L > 0, D - 0^- \Rightarrow f \rightarrow -\infty$	Decide el resultado; si $L < 0$, los signos se invierten.
Límites laterales $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = +\infty \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$	Igual con $-\infty$. Si los laterales difieren, el bilateral no existe.
Asíntota vertical $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm \infty$ o $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm \infty$	Basta uno de los dos para que $x = a$ sea asíntota vertical.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.6 – Límites infinitos y asíntotas verticales.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

- Sustituye** $x=a$ y comprueba que obtienes $\frac{L}{0}$ con $L \neq 0$.
- Identifica** si te piden un límite lateral o el bilateral.

B · PROCESO TÉCNICO

- Determina** el signo de $L = N(a)$.
- Analiza** el signo del denominador cerca de a , por el lado o los lados que pide el problema.

 **Clave:** El signo del denominador a cada lado de a decide si el resultado es $+\infty$ o $-\infty$.

- Aplica** la regla de signos.

 **Cuidado:** Un factor $(x-a)^2$ conserva el signo a ambos lados; un factor $(x-a)$ lo cambia.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

- Compara** los laterales si el límite es bilateral.

☐ **Control:** ¿Ambos dan el mismo infinito? Sí → ese es el límite. No → el bilateral no existe.

- Concluye** escribiendo el límite y la asíntota vertical $x=a$.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Obtuviste $\frac{L}{0}$ con $L \neq 0$, y no $0/0$?
☐	¿El signo del numerador cerca de a es el que usaste?
☐	¿Una tabla con valores muy cercanos a a confirma el signo?
☐	¿Distinguiste lateral de bilateral?
☐	¿Escribiste el límite y la asíntota vertical?

6 **RECUERDA** · Tip Final del Profesor

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?

 Cuando el denominador se anula y el numerador no, el resultado es infinito: **los signos deciden** si es $+\infty$, $-\infty$ o si el límite no existe.

7 **PRACTICA** · Práctica Aplicada – 5 versiones

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{5}{(x-3)^2}$.
Versión 2 <i>Numerador negativo</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-4}{x-1}$.
Versión 3 <i>Otra representación</i>	Una tabla muestra $f(1,9)=100$, $f(1,99)=10\,000$, $f(1,999)=10^6$ y $f(2,1)=100$, $f(2,01)=10\,000$, $f(2,001)=10^6$. ¿Qué sugiere sobre $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?
Versión 4 <i>Decisión</i>	¿Es cierto que $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} = +\infty$? Justifica con ambos laterales.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+1}{1-\cos x}$.

CLAVE DE RESPUESTAS

- $+\infty$.
- $+\infty$: el numerador tiende a -3 y el denominador a 0^- .
- Sugiere $+\infty$ por ambos lados; $x=2$ sería asíntota vertical.
- Falso: por la izquierda da $-\infty$ y por la derecha $+\infty$; el bilateral no existe.
- $+\infty$: el numerador tiende a 1 y $1-\cos x \rightarrow 0^+$ por ambos lados.