

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Encontrar δ para un ε dado

CÓDIGO MAT-CAL 1.5-G1	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.5 Definición formal de límite (ε - δ)	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante comprenda el significado operativo de la definición ε - δ calculando un δ concreto para un ε dado.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando te dan un **valor numérico** de ε (o una gráfica con una banda alrededor de L) y te piden un $\delta > 0$ tal que, si $0 < |x - a| < \delta$, entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$: por ejemplo, para $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 1) = 5$ con $\varepsilon = 0,1$. Aquí se espera que encuentres ese δ , aunque el intervalo de x que sirve no sea simétrico alrededor de a .

 **Pista:** Aparece un número concreto: $\varepsilon = 0,1$, $\varepsilon = 0,05$.

 **Pista:** Se pide: «encuentra δ tal que si $0 < |x - a| < \delta$, entonces $|f(x) - L| < \varepsilon$ ».

 **Pista:** Contexto de tolerancias: «¿con qué precisión debe medirse x para que el error de f sea menor que...?».

 **Frontera:** Si se pide demostrarlo **para todo** $\varepsilon > 0$, NO es este arquetipo → ve a «Demostrar un límite con la definición formal (ε - δ , ε - N o M - δ)» (1.5-T1).

 **Frontera:** Si solo se pide estimar el valor del límite, NO es este arquetipo → ve a «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1) o «Límite a partir de una tabla de valores» (1.1-G2).

 **Conexión:** Prerrequisito: desigualdades con valor absoluto (Precálculo).

 **Conexión:** Después: «Demostrar un límite con la definición formal» (1.5-T1), donde el mismo cálculo se hace para cualquier $\varepsilon > 0$.

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Función	$f(x)$	_____
Punto	a	_____
Límite	L	_____
Tolerancia	ε	_____
¿Qué se pide?	☐ Un valor de δ ☐ El mayor δ posible	
Representación [Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]		

☐ **Control:** ¿Escribiste la condición $|f(x) - L| < \varepsilon$ con los datos del problema? ☐ Sí ☐ No → escríbela antes de seguir

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Definición ε-δ $0 < x - a < \delta \Rightarrow f(x) - L < \varepsilon$	El δ garantiza que $f(x)$ queda dentro de la banda $L \pm \varepsilon$.
Valor absoluto $ u < r \Leftrightarrow -r < u < r$	Transforma la condición en un intervalo.
Caso lineal $ mx + b - L = m \cdot x - a \Rightarrow \delta = \frac{\varepsilon}{ m }$	Atajo para $f(x) = mx + b$ con $m \neq 0$ y $L = ma + b$.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.5 – Definición formal de límite.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Escribe** la condición $|f(x) - L| < \varepsilon$ con los datos.

B · PROCESO TÉCNICO

2. **Transforma** la desigualdad hasta dejar $|x - a| < (\text{algo})$, o encuentra el intervalo de x alrededor de a donde se cumple.

 **Clave:** El objetivo es **despejar** $|x - a|$ (o hallar el intervalo de x): de ahí sale tu δ .

3. **Acota**, si queda un factor que depende de x : restringe $|x - a| < 1$ y al final toma el mínimo de las dos condiciones.
4. **Elige** δ .

 **Cuidado:** Si el intervalo no es simétrico alrededor de a , toma la **menor** de las dos distancias de a a los extremos.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Comprueba** con un valor de x a menos de δ de a .

☐ **Control:** ¿ $f(x)$ queda dentro de $L \pm \varepsilon$? Sí → sigue. No → revisa el despeje.

6. **Concluye** indicando δ (cualquier δ positivo menor también sirve).

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Despejaste $ x - a $ correctamente?
☐	Si el intervalo era asimétrico, ¿tomaste la menor distancia?
☐	¿Comprobaste con un valor concreto de x ?
☐	¿Tu δ es positivo?
☐	¿Aclaraste que cualquier δ menor también funciona?

6

**RECUERDA · Tip Final del Profesor**

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?



δ es una **distancia en el eje horizontal** que garantiza una distancia menor que ε en el eje vertical. Si dudas, elige la más pequeña.

7

**PRACTICA · Práctica Aplicada - 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa (lineal)</i>	Para $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 1) = 5$, encuentra δ si $\varepsilon = 0,1$.
Versión 2 <i>Pendiente negativa</i>	Para $\lim_{x \rightarrow 2} (4 - 3x) = -2$, encuentra δ si $\varepsilon = 0,03$.
Versión 3 <i>Intervalo asimétrico</i>	Para $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x} = 2$, encuentra el mayor δ si $\varepsilon = 0,1$.
Versión 4 <i>Incógnita invertida</i>	Si para $\lim_{x \rightarrow 1} (5x + 2) = 7$ se usa $\delta = 0,02$, ¿qué ε queda garantizado?
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Para $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$, encuentra un δ que funcione si $\varepsilon = 0,05$.

CLAVE DE RESPUESTAS

- $|2x - 6| = 2|x - 3| < 0,1$, luego $\delta = 0,05$.
- $|6 - 3x| = 3|x - 2| < 0,03$, luego $\delta = 0,01$.
- $1,9 < \sqrt{x} < 2,1$ da $3,61 < x < 4,41$; las distancias a 4 son 0,39 y 0,41, luego $\delta = 0,39$.
- $|5x - 5| = 5|x - 1| < 5 \cdot 0,02 = 0,1$, luego $\varepsilon = 0,1$.
- $|x^2 - 4| = |x - 2||x + 2|$. Con $|x - 2| < 1$ se tiene $|x + 2| < 5$, luego $\delta = \min(1; 0,01) = 0,01$. (El mayor posible es $\sqrt{4,05} - 2 \approx 0,0125$.)