

## PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

## Forma 0/0 con fracciones: común denominador

|                                                                                                                                                                      |                         |                                                                                                 |                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| CÓDIGO<br>MAT-CAL 1.3-G5                                                                                                                                             | NIVEL<br>● G · Genérico | TIEMPO ESTIMADO<br>5-10 min por versión                                                         | VERSIÓN<br>v1.0 · 09/2026 |
| DISCIPLINA · ASIGNATURA<br>Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1                                                                                              |                         | TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO<br>1.3 Cálculo algebraico de límites: leyes y formas indeterminadas 0/0 |                           |
| QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO<br>Que el estudiante resuelva una indeterminación 0/0 (o $\infty - \infty$ ) con fracciones algebraicas reduciéndolas a una sola fracción. |                         |                                                                                                 |                           |

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

## 1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando hay **fracciones dentro de una fracción**, o una **resta de fracciones**, y al sustituir obtienes 0/0 ( $0 \infty - \infty$ ); por ejemplo,  $\frac{\frac{1}{x} - 1}{x - 1}$  en  $x=1$ . Aquí se espera que saques común denominador, simplifiques y canceles el factor que se anula, aunque el denominador tenga varios factores.

 **Pista:** Aparecen expresiones como  $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}{x - a}$ .

 **Pista:** Se restan fracciones cuyos denominadores se anulan en  $a$  (forma  $\infty - \infty$ ).

 **Pista:** Aparece el cociente de diferencias de una función racional, como  $\frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h}$ , planteado como límite.

 **Frontera:** Si no hay fracciones internas y sí polinomios, NO es este arquetipo → ve a «Forma 0/0 con polinomios: factorizar» (1.3-G3).

 **Frontera:** Si el cociente de diferencias se presenta como pendiente o tasa de cambio, NO es este arquetipo → ve a «Derivada por definición» (2.1-G2).

 **Conexión:** Prerrequisito (Precálculo): operaciones con fracciones algebraicas.

 **Conexión:** Si las fracciones contienen **raíces**, combina con «Forma 0/0 con radicales: racionalizar» (1.3-G4).

## 2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

| Elemento del problema | Notación                                  | Valor, expresión o condición |
|-----------------------|-------------------------------------------|------------------------------|
| Expresión             | $f(x)$                                    | _____                        |
| Punto de interés      | $a$                                       | $x \rightarrow$ _____        |
| Común denominador     | —                                         | _____                        |
| ¿Qué se pide?         | <input type="checkbox"/> Valor del límite |                              |

**Representación**

[Si aplica: gráfica, diagrama,  
tabla, esquema...]

☐ **Control:** ¿Al sustituir obtienes  $0/0$  o  $\infty - \infty$ ? ☐ Sí ☐ No → revisa la  frontera

 **Cuidado:** Al restar fracciones, el signo menos afecta a **todo** el numerador de la segunda fracción.

### 3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

| Concepto y fórmula                                                                                                                          | Aplicación aquí                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| <b>Suma y resta de fracciones</b><br>$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$                                                   | Reduce la expresión a una sola fracción.   |
| <b>Fracción compuesta</b><br>$\frac{A/B}{C} = \frac{A}{BC}$                                                                                 | Elimina la fracción dentro de la fracción. |
| <b>Funciones que coinciden salvo en a</b><br>Si $f(x) = g(x)$ para $x \neq a$ : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$ | Justifica cancelar el factor que se anula. |

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.3 – Cálculo algebraico de límites.

### 4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

#### A · INICIO LÓGICO

1. **Sustituye**  $x = a$  y confirma la forma  $0/0$  o  $\infty - \infty$ .

#### B · PROCESO TÉCNICO

2. **Reduce** las fracciones internas a una sola fracción con común denominador.

 **Clave:** Al juntar todo en una sola fracción, el factor  $(x - a)$  aparece en el numerador y se puede cancelar.

3. **Simplifica** la fracción compuesta y factoriza.

4. **Cancela** el factor  $(x - a)$  y sustituye  $x = a$ .

#### C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Revisa** el resultado.

☐ **Control:** ¿Da un número? → es el límite. ¿Sigue indeterminado? → revisa los signos de la resta.

6. **Concluye** con el valor del límite.

### 5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

|                          |                                                       |
|--------------------------|-------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | ¿El común denominador es correcto?                    |
| <input type="checkbox"/> | ¿Distribuiste bien el signo menos?                    |
| <input type="checkbox"/> | ¿Cancelaste solo factores?                            |
| <input type="checkbox"/> | ¿Una tabla con $x$ cerca de $a$ da un valor parecido? |



¿Simplificaste el resultado final?

**6****RECUERDA • Tip Final del Profesor***Fijar la clave del arquetipo • ¿Qué no debo olvidar?*

Fracciones dentro de fracciones – **una sola fracción primero**. El cero que molesta aparece en cuanto juntas todo.

**7****PRACTICA • Práctica Aplicada – 5 versiones***Transferir el arquetipo a casos nuevos • ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?*

|                                                                 |                                                                                      |
|-----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Versión 1</b><br><i>Directa</i>                              | Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{2}}{x - 2}$ .           |
| <b>Versión 2</b><br><i>Con h</i>                                | Calcula $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{3+h} - \frac{1}{3}}{h}$ .             |
| <b>Versión 3</b><br><i>Resta (<math>\infty - \infty</math>)</i> | Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ .    |
| <b>Versión 4</b><br><i>Con notación de función</i>              | Si $f(x) = \frac{1}{x+2}$ , calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$ . |
| <b>Versión 5 ★</b><br><i>Más exigente</i>                       | Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{3}}{x^2 - 9}$ .         |

**CLAVE DE RESPUESTAS**

- Queda  $-\frac{1}{2x} \rightarrow -\frac{1}{4}$ .
- Queda  $-\frac{1}{3(3+h)} \rightarrow -\frac{1}{9}$ .
- Queda  $\frac{1}{x+1} \rightarrow \frac{1}{2}$ .
- Queda  $-\frac{1}{2(x+2)} \rightarrow -\frac{1}{4}$ .
- Queda  $-\frac{1}{3x(x+3)} \rightarrow -\frac{1}{54}$ .