

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Forma 0/0 con radicales: racionalizar

CÓDIGO MAT-CAL 1.3-G4	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 5-10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.3 Cálculo algebraico de límites: leyes y formas indeterminadas 0/0	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante resuelva un límite de la forma 0/0 en el que la raíz causa el cero, multiplicando por el conjugado.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema aparece cuando, al sustituir $x=a$, obtienes **0/0** y la expresión que se anula contiene una **raíz**: por ejemplo $\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ en $x=4$, donde el numerador $\sqrt{x}-2$ se anula. Aquí se espera que multipliques por el conjugado para quitar la raíz del lugar que produce el cero, aunque la raíz esté en el denominador o haya dos raíces.

 **Pista:** Al sustituir $x=a$ obtienes **0/0**.

 **Pista:** Aparece una expresión como $\sqrt{u}-b$ o $\sqrt{u}-\sqrt{v}$ que vale 0 en $x=a$.

 **Frontera:** Si **no hay raíces**, NO es este arquetipo – ve a «Forma 0/0 con polinomios: factorizar» (1.3-G3).

 **Frontera:** Si $x \rightarrow \infty$ en lugar de $x \rightarrow a$, NO es este arquetipo – ve a «Límite al infinito con radicales» (1.7-G2).

 **Frontera:** Si el cociente es $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ y se presenta como pendiente o tasa de cambio, NO es este arquetipo – ve a «Derivada por definición» (2.1-G2).

 **Conexión:** Prerrequisito: «Forma 0/0 con polinomios» (1.3-G3). Después de racionalizar casi siempre hay que cancelar un factor $(x-a)$.

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Expresión	$f(x)$	_____
Punto de interés	a	$x \rightarrow$ _____
Parte con radical que se anula	—	_____
Conjugado	—	_____
¿Qué se pide?	☐ Valor del límite	
Representación [Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]		

☐ **Control:** ¿Al sustituir obtienes 0/0? ☐ Sí ☐ No – revisa la  frontera

⚠ Cuidado: Multiplica **numerador y denominador** por el conjugado, no solo una parte.

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Conjugado $(\sqrt{u}-b)(\sqrt{u}+b)=u-b^2$	Elimina la raíz cuadrada de la expresión que se anula.
Dos raíces $(\sqrt{u}-\sqrt{v})(\sqrt{u}+\sqrt{v})=u-v$	Mismo principio con dos radicales.
Raíz cúbica $(\sqrt[3]{u}-b)(\sqrt[3]{u^2}+b\sqrt[3]{u}+b^2)=u-b^3$	Versión para raíces cúbicas (diferencia de cubos).

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.3 – Cálculo algebraico de límites.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Sustituye** $x=a$ y confirma la forma 0/0.
2. **Localiza** la expresión con radical que se anula y escribe su conjugado.

B · PROCESO TÉCNICO

3. **Multiplica** numerador y denominador por el conjugado.

 **Clave:** Al multiplicar por el conjugado, la raíz desaparece del lugar donde estaba el cero y aparece el factor $(x-a)$.

4. **Simplifica** la parte sin raíz y cancela $(x-a)$.

⚠ Cuidado: Deja el conjugado **sin desarrollar** en la otra parte: solo sirve para sustituir al final.

5. **Sustituye** $x=a$ en la expresión simplificada.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

6. **Revisa** el resultado.

☐ **Control:** ¿Sigue dando 0/0? → revisa la simplificación. ¿Da un número? → ese es el límite.

7. **Concluye** con el valor del límite.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Multiplicaste arriba y abajo por el mismo conjugado?
☐	¿Aplicaste bien la diferencia de cuadrados?
☐	¿Cancelaste el factor $(x-a)$?
☐	¿Una tabla con x cerca de a da un valor parecido?
☐	¿Simplificaste el resultado final?

6

**RECUERDA · Tip Final del Profesor**

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?



Raíz que causa el cero → **conjugado**. Después del conjugado casi siempre aparece $(x-a)$: cancelalo y sustituye.

7

**PRACTICA · Práctica Aplicada – 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.
Versión 2 <i>Con desplazamiento</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$.
Versión 3 <i>Radical en el denominador</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$.
Versión 4 <i>Dos radicales</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}{x-2}$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8}$.

CLAVE DE RESPUESTAS

1. $\frac{1}{4}$.
2. $\frac{1}{6}$.
3. 4.
4. $-\frac{1}{2}$.
5. $\frac{1}{12}$, porque $x-8 = (\sqrt[3]{x}-2)(\sqrt[3]{x^2}+2\sqrt[3]{x}+4)$.