

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Forma 0/0 con polinomios: factorizar

CÓDIGO MAT-CAL 1.3-G3	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 5-10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.3 Cálculo algebraico de límites: leyes y formas indeterminadas 0/0	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante resuelva una indeterminación 0/0 entre polinomios factorizando y cancelando el factor común.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando, al sustituir $x=a$ en un **cociente de polinomios**, obtienes **0/0**; por ejemplo, $\frac{x^2-1}{x-1}$ en $x=1$. Aquí se espera que factorices, canceles el factor que se anula y vuelvas a sustituir, aunque la factorización no sea inmediata.

 **Pista:** Al sustituir $x=a$ obtienes **0/0**.

 **Pista:** Numerador y denominador son polinomios (sin raíces ni fracciones internas).

 **Pista:** Como $N(a)=0$ y $D(a)=0$, $(x-a)$ es factor de ambos.

 **Frontera:** Si hay **raíces**, NO es este arquetipo → ve a «Forma 0/0 con radicales: racionalizar» (1.3-G4).

 **Frontera:** Si hay **fracciones dentro de fracciones**, NO es este arquetipo → ve a «Forma 0/0 con fracciones: común denominador» (1.3-G5).

 **Frontera:** Si hay **funciones trigonométricas**, NO es este arquetipo → ve a «Límite que se reduce a $\sin(u)/u$ o a $(1-\cos u)/u$ » (1.4-G1).

 **Frontera:** Si el cociente es $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ y se presenta como pendiente o tasa de cambio, NO es este arquetipo → ve a «Derivada por definición» (2.1-G2).

 **Conexión:** Prerrequisito (Precálculo): factorización y división sintética.

 **Conexión:** Versión frecuente: el cociente de diferencias $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ con f polinómica, que reaparece en el tema 2.1.

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Numerador	$N(x)$	_____
Denominador	$D(x)$	_____
Punto de interés	a	$x \rightarrow$ _____
Valores al sustituir	$N(a), D(a)$	$N(a) =$ _____ $D(a) =$ _____
¿Qué se pide?	☐ Valor del límite	

Representación

[Si aplica: gráfica, diagrama,
tabla, esquema...]

☐ **Control:** ¿ $N(a)=0$ y $D(a)=0$? ☐ Sí ☐ No → revisa la  frontera

3 ACTIVA · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Teorema del factor $P(a)=0 \Rightarrow P(x)=(x-a)Q(x)$	Garantiza que $(x-a)$ se puede extraer de N y de D .
Productos notables $a^2-b^2=(a-b)(a+b);$ $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$	Factorizaciones más frecuentes.
Funciones que coinciden salvo en a Si $f(x)=g(x)$ para $x \neq a$: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$	Justifica cancelar $(x-a)$: el límite no mira $x=a$.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.3 – Cálculo algebraico de límites.

4 RESUELVE · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

- Sustituye** $x=a$ y confirma la forma $0/0$.

B · PROCESO TÉCNICO

- Factoriza** numerador y denominador, extrayendo $(x-a)$.

 **Clave:** Si sale $0/0$, $(x-a)$ **está** en ambos: búscalo con productos notables o división sintética.

- Cancela** el factor $(x-a)$.

 **Cuidado:** Solo se cancelan **factores** (multiplicando), nunca términos que se suman.

- Sustituye** $x=a$ en la expresión simplificada.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

- Revisa** el nuevo resultado.

☐ **Control:** ¿Vuelve a dar $0/0$? → factoriza otra vez (raíz doble). ¿Da $L/0$ con $L \neq 0$? → ve a 1.6-G1. ¿Da un número? → es el límite.

- Concluye** con el valor del límite.

5 COMPRUEBA · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Al multiplicar tus factores recuperas el polinomio original?
☐	¿Cancelaste solo factores comunes?
☐	¿Sustituiste en la expresión ya simplificada?
☐	¿Una tabla con x cerca de a da un valor parecido?



¿Escribiste el límite con la notación correcta?

6**RECUERDA • Tip Final del Profesor***Fijar la clave del arquetipo • ¿Qué no debo olvidar?*

El 0/0 no es la respuesta: es **una pista**. Te dice que $(x-a)$ está escondido arriba y abajo; encuéntralo y elimínalo.

7**PRACTICA • Práctica Aplicada - 5 versiones***Transferir el arquetipo a casos nuevos • ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?*

Versión 1 <i>Directa</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$.
Versión 2 <i>Cubos</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$.
Versión 3 <i>Otra variable (h)</i>	Calcula $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h}$.
Versión 4 <i>Trinomios</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 - 1}$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^2 - 2x + 1}$.

CLAVE DE RESPUESTAS

1. 6.

2. Queda $\frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2} - \frac{12}{4} = 3$.

3. 4.

4. Queda $\frac{x+2}{x-1} \rightarrow -\frac{1}{2}$.

5. $\frac{(x-1)^2(x+2)}{(x-1)^2} = x+2 \rightarrow 3$ (raíz doble: hay que cancelar $(x-1)$ dos veces).