

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Límite de una combinación de funciones cuyos límites se conocen

CÓDIGO MAT-CAL 1.3-G2	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 5 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.3 Cálculo algebraico de límites: leyes y formas indeterminadas 0/0	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante aplique las leyes de los límites cuando solo conoce los límites de las funciones, no sus fórmulas.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando **no te dan fórmulas**, sino los límites de algunas funciones (o sus gráficas), y te piden el límite de una combinación de ellas; por ejemplo, hallar $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + 2g(x)]$ sabiendo que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 5$. Aquí se espera que apliques las leyes de los límites paso a paso y que detectes cuándo alguna ley no se puede usar.

 **Pista:** Aparecen frases como «sabido que $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 4$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -2$ ».

 **Pista:** Se dan las gráficas de f y g y se pide el límite de una suma, producto o cociente.

 **Pista:** Al revés: se conoce el límite de una expresión que **contiene** a f y se pide $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$.

 **Frontera:** Si tienes la **fórmula** de las funciones, NO es este arquetipo → ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1).

 **Frontera:** Si hay una sola función dada por su gráfica, NO es este arquetipo → ve a «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1).

 **Conexión:** Prerrequisito: «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1), para leer los límites en las gráficas.

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Límite de la primera función	$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	_____
Límite de la segunda función	$\lim_{x \rightarrow a} g(x)$	_____
Otro límite (si lo hay)	$\lim_{x \rightarrow a} h(x)$	_____
Expresión pedida	—	$\lim_{x \rightarrow a} [\quad]$
¿Qué se pide?	☐ Valor del límite ☐ Decidir si las leyes se pueden aplicar ☐ Un límite desconocido	

Representación

[Si aplica: gráfica, diagrama,
tabla, esquema...]

☐ **Control:** ¿Todos los límites que vas a usar existen y son finitos? ☐ Sí ☐ No → las leyes no se aplican directamente

3 ACTIVA · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Suma y múltiplo $\lim_{x \rightarrow a} [f \pm g] = L \pm M$; $\lim_{x \rightarrow a} [c f] = c L$	Aquí $L = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ y $M = \lim_{x \rightarrow a} g(x)$, ambos finitos. Separan la expresión en partes conocidas.
Producto y potencia $\lim_{x \rightarrow a} [f g] = L M$; $\lim_{x \rightarrow a} f^n = L^n$	Se aplican si cada límite existe.
Cociente y raíz $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f}{g} = \frac{L}{M}$ si $M \neq 0$; $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f} = \sqrt[n]{L}$	El cociente exige $M \neq 0$; la raíz de índice par, $L > 0$.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.3 – Cálculo algebraico de límites.

4 RESUELVE · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

- Anota** el valor de cada límite conocido (léelo de la gráfica si es necesario).
- Identifica** qué operaciones combinan las funciones en la expresión pedida.

B · PROCESO TÉCNICO

- Aplica** la ley que corresponde a cada operación.

 **Clave:** Las leyes solo valen si **cada límite individual existe y es finito**.

- Sustituye** los valores conocidos y calcula.

 **Cuidado:** La ley del cociente no se aplica si el límite del denominador es 0.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

- Revisa** si alguna ley falló.

☐ **Control:** ¿El denominador tiende a 0 o algún límite no existe? → no concluyas con las leyes; describe qué información falta.

- Concluye** con el valor o con la justificación de por qué no se puede calcular.

5 COMPRUEBA · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Usaste solo los límites dados, sin inventar fórmulas?
☐	¿Nombraste la ley usada en cada paso?
☐	¿Comprobaste que ningún denominador tiende a 0?

☐	¿Hiciste bien las operaciones con signos y potencias?
☐	¿Respondiste exactamente lo que se pedía?

6**RECUERDA • Tip Final del Profesor**

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?



Piensa en los límites como **números que se combinan**: si todos existen, operas con ellos como con números; si uno falla, la ley no sirve.

7**PRACTICA • Práctica Aplicada – 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa</i>	Si $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ y $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -2$, calcula $\lim_{x \rightarrow 2} [3f(x) - g(x)]$.
Versión 2 <i>Producto y potencia</i>	Con los mismos datos, calcula $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)g(x) + f(x)^2]$.
Versión 3 <i>Otra representación</i>	En las gráficas se lee: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$ y $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -1$. Calcula $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$.
Versión 4 <i>Incógnita invertida</i>	Si $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2} = 1$, ¿cuánto vale $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$?
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 3$, ¿puedes calcular $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x)}{f(x)}$ con las leyes? Justifica.

CLAVE DE RESPUESTAS

1. $3 \cdot 4 - (-2) = 14$.

2. $4 \cdot (-2) + 4^2 = 8$.

3. Los laterales de f coinciden, así que $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$; el resultado es $2 + (-1) = 1$.

4. Para $x \neq 2$, $f(x) = 5 + (x - 2) \cdot \frac{f(x) - 5}{x - 2}$; luego $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5 + 0 \cdot 1 = 5$.

5. No: el denominador tiende a 0 y el numerador a 3 (forma $L/0$), así que la ley del cociente no se aplica. El cociente crece sin cota en valor absoluto, de modo que el límite no es un número; para decidir si es $+\infty$, $-\infty$ o no existe hace falta el signo de f cerca de a — «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1).