

## PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

## Límite a partir de una tabla de valores

|                                                                                                                                                                                  |                         |                                                                                        |                           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|
| CÓDIGO<br>MAT-CAL 1.1-G2                                                                                                                                                         | NIVEL<br>● G · Genérico | TIEMPO ESTIMADO<br>10 min por versión                                                  | VERSIÓN<br>v1.0 · 09/2026 |
| DISCIPLINA · ASIGNATURA<br>Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1                                                                                                          |                         | TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO<br>1.1 Idea intuitiva de límite: estimación gráfica y numérica |                           |
| QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO<br>Que el estudiante estime un límite numéricamente, acercándose por ambos lados, y reconozca los riesgos de las tablas (valores engañosos, redondeo). |                         |                                                                                        |                           |

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

## 1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando te piden **estimar** un límite construyendo una tabla de valores de  $f(x)$  cerca de  $a$ , o cuando te dan la tabla ya hecha; por ejemplo, evaluar  $\frac{e^x - 1}{x}$  en  $x = \pm 0,1; \pm 0,01; \pm 0,001$ . Aquí se espera que leas la tendencia de los valores por ambos lados, aunque la función no esté definida en  $a$ .

 **Pista:** Aparecen palabras como «estima», «usa una tabla», «usa la calculadora» o «valores cercanos a».

 **Pista:** Se dan o se piden valores como  $a \pm 0,1; a \pm 0,01; a \pm 0,001$ .

 **Frontera:** Si te piden el **valor exacto** y tienes la fórmula, NO es este arquetipo – ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1) y, si al sustituir sale  $0/0$ , a las formas  $0/0$  (1.3-G3, 1.3-G4, 1.3-G5).

 **Frontera:** Si los valores crecen o decrecen sin control (no buscas un número), NO es este arquetipo – ve a «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1).

 **Conexión:** Se complementa con «Límite a partir de una gráfica» (1.1-G1): la tabla es la versión numérica de la misma idea.

## 2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

| Elemento del problema                                               | Notación                                                                                                                                   | Valor, expresión o condición                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Función o tabla dada                                                | $f$                                                                                                                                        | $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ <input type="checkbox"/> Tabla dada                                          |
| Punto de interés                                                    | $a$                                                                                                                                        | $x \rightarrow \underline{\hspace{2cm}}$                                                                       |
| Valores por la izquierda                                            | $x < a$                                                                                                                                    | $a - 0,1: \underline{\hspace{1cm}}$ $a - 0,01: \underline{\hspace{1cm}}$ $a - 0,001: \underline{\hspace{1cm}}$ |
| Valores por la derecha                                              | $x > a$                                                                                                                                    | $a + 0,1: \underline{\hspace{1cm}}$ $a + 0,01: \underline{\hspace{1cm}}$ $a + 0,001: \underline{\hspace{1cm}}$ |
| ¿Qué se pide?                                                       | <input type="checkbox"/> Estimar el límite <input type="checkbox"/> ¿Existe el límite? <input type="checkbox"/> Precisión de la estimación |                                                                                                                |
| Representación<br>[Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...] |                                                                                                                                            |                                                                                                                |

☐ **Control:** Si hay funciones trigonométricas: ¿la calculadora está en **radianes**? ☐ Sí ☐ No – cámbiala

 **Cuidado:** Una tabla solo **sugiere** el límite; no lo demuestra.

### 3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

| Concepto y fórmula                                                                            | Aplicación aquí                                                          |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|
| <b>Límite (idea intuitiva)</b><br>$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$                           | Los valores de $f(x)$ se estabilizan cerca de $L$ a ambos lados de $a$ . |
| <b>Límites laterales</b><br>$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ | Cada columna de la tabla estima un lateral.                              |

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.1 – Idea intuitiva de límite.

### 4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

#### A · INICIO LÓGICO

1. **Elige** valores de  $x$  cada vez más cercanos a  $a$  por la izquierda y por la derecha ( $a \pm 0,1$ ;  $a \pm 0,01$ ;  $a \pm 0,001$ ).
2. **Prepara** la calculadora (radianes si hay trigonometría).

#### B · PROCESO TÉCNICO

3. **Evalúa**  $f$  en cada valor y anota los resultados con varias cifras.
4. **Observa** la tendencia de cada columna.

 **Clave:** Busca hacia qué valor se **estabilizan** los resultados al acercarte, no el valor de un solo punto.

#### C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Compara** la tendencia de ambos lados.

☐ **Control:** ¿Se estabilizan en el mismo número? Sí  $\rightarrow$  esa es la estimación. No, u oscilan  $\rightarrow$  el límite puede no existir.

6. **Concluye** con la estimación y su precisión.

 **Cuidado:** Con  $x$  demasiado cercano a  $a$ , el redondeo de la calculadora puede dar resultados falsos (por ejemplo, 0).

### 5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

|                          |                                                                |
|--------------------------|----------------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | ¿Usaste valores por ambos lados de $a$ ?                       |
| <input type="checkbox"/> | ¿Usaste al menos tres valores por lado, cada vez más cercanos? |
| <input type="checkbox"/> | ¿Revisaste el modo de la calculadora y el redondeo?            |
| <input type="checkbox"/> | ¿Los dos lados se estabilizan en el mismo número?              |
| <input type="checkbox"/> | ¿Presentaste el resultado como una estimación?                 |

### 6 **RECUERDA** · Tip Final del Profesor

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?

 Una tabla es una **pista**, no una **prueba**: si los valores se comportan de forma extraña, sospecha de la tabla antes que del límite.

**7****PRACTICA · Práctica Aplicada – 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

|                                                |                                                                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Versión 1</b><br><i>Directa</i>             | Estima con una tabla $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x - 1}$ .                                                                                                                      |
| <b>Versión 2</b><br><i>Trigonométrica</i>      | Estima con una tabla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ .                                                                                                                           |
| <b>Versión 3</b><br><i>Otra representación</i> | Una tabla da $g(1,9)=4,9$ ; $g(1,99)=4,99$ ; $g(1,999)=4,999$ ; $g(2,1)=5,1$ ; $g(2,01)=5,01$ ; $g(2,001)=5,001$ . Estima $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$ .                                  |
| <b>Versión 4</b><br><i>Tabla engañosa</i>      | Evalúa $\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$ en $x=0,1$ ; $0,01$ ; $0,001$ . ¿Qué sugiere la tabla? ¿Es correcta esa conclusión sobre $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$ ? |
| <b>Versión 5 ★</b><br><i>Más exigente</i>      | Estima $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x^2}$ . ¿Qué ocurre si usas $x=0,000001$ en la calculadora?                                                                           |

## CLAVE DE RESPUESTAS

1. 3.

2. 1 (en radianes).

3. 5.

4. La tabla da 0, 0, 0 y sugiere 0, pero el límite no existe:  $\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$  oscila entre -1 y 1 cerca de 0 (por ejemplo, vale 1 en $x = \frac{2}{4k+1}$  para todo entero  $k \geq 0$ ).5. Aproximadamente 0,1667 (el valor exacto es  $\frac{1}{6}$ ). Con  $x$  muy pequeño, la calculadora puede dar 0 por pérdida de cifras significativas.