

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Límite a partir de una gráfica

CÓDIGO MAT-CAL 1.1-G1	NIVEL ● G · Genérico	TIEMPO ESTIMADO 5-10 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO 1.1 Idea intuitiva de límite: estimación gráfica y numérica	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante comprenda el límite como la tendencia de $f(x)$ cuando x se acerca a a , independiente del valor de $f(a)$, leyendo una gráfica.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando te dan **la gráfica** de una función —no su fórmula— y te preguntan a qué valor se acerca $f(x)$ cuando $x \rightarrow a$; por ejemplo, una recta con un hueco en el punto $(2, 4)$. Aquí se espera que estimes el límite siguiendo la curva desde ambos lados, aunque en $x=a$ haya un hueco, un salto o un punto fuera de lugar.

 **Pista:** La función viene dada por una gráfica o un dibujo.

 **Pista:** En $x=a$ aparece algo especial: un hueco (círculo vacío), un salto, un punto desplazado o una asíntota.

 **Pista:** Se pregunta por $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, por los límites laterales o por si el límite existe.

 **Frontera:** Si tienes la **fórmula** de f , NO es este arquetipo — ve a «Límite por sustitución directa» (1.3-G1) o, si al sustituir sale $0/0$, a las formas $0/0$ (1.3-G3, 1.3-G4, 1.3-G5).

 **Frontera:** Si te dan **una tabla de valores** en lugar de la gráfica, NO es este arquetipo — ve a «Límite a partir de una tabla de valores» (1.1-G2).

 **Conexión:** Si la curva sube o baja sin límite junto a $x=a$, el cálculo con fórmula está en «Límite cuando el denominador se anula y el numerador no» (1.6-G1).

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Gráfica de la función	f	☐ Dada ☐ Hay que trazarla
Punto de interés	a	$x \rightarrow$ _____
Valor desde la izquierda	$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$	_____ (o $\pm \infty$)
Valor desde la derecha	$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	_____ (o $\pm \infty$)
Valor de la función en a	$f(a)$	_____ ☐ No definida
¿Qué se pide?	☐ Estimar el límite ☐ ¿Existe el límite? ☐ Comparar el límite con $f(a)$	

Representación

[Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]

☐ **Control:** ¿Qué ocurre en $x=a$? ☐ Hueco ☐ Salto ☐ Asíntota ☐ Punto desplazado ☐ Nada especial

 **Cuidado:** Revisa la **escala** de los ejes antes de leer valores.

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Límite (idea intuitiva) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$	$f(x)$ se acerca a L cuando x se acerca a a por ambos lados, sin importar $f(a)$.
Límites laterales $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$	Se leen siguiendo la curva hacia a desde cada lado.
Criterio de existencia $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$	Decide si el límite existe.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.1 – Idea intuitiva de límite.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · INICIO LÓGICO

1. **Ubica** $x=a$ en el eje horizontal.
2. **Observa** qué ocurre exactamente en $x=a$; te ayuda a anticipar, pero todavía no concluyas.

B · PROCESO TÉCNICO

3. **Recorre** la curva desde la izquierda hacia a y anota la altura a la que se acerca (o $\pm \infty$).
4. **Repite** el recorrido desde la derecha.

 **Clave:** El límite depende de hacia dónde va la curva, no del punto (relleno o vacío) que está en $x=a$.

C · VALIDACIÓN Y CONCLUSIÓN

5. **Compara** ambos valores.

☐ **Control:** ¿Coinciden? Sí $\rightarrow$ el límite existe y vale eso. No $\rightarrow$ el límite no existe. Si ambos lados crecen sin cota hacia arriba, se escribe $+\infty$ (el límite no es un número).

6. **Contrasta** con $f(a)$ solo al final.

 **Cuidado:** Si $f(a)$ es distinto del límite, o no está definido, la función no es continua en a , pero el límite sigue siendo el mismo.

7. **Concluye** con la notación correcta y una frase.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

- ☐ ¿Leíste alturas (valores de y) y no posiciones en el eje x ?
- ☐ ¿Ignoraste el punto relleno o vacío en $x=a$ al estimar el límite?

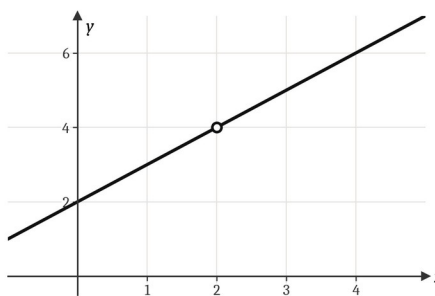
☐	¿Analizaste cada lado por separado antes de concluir?
☐	Si conoces la fórmula, ¿una tabla de valores confirma tu estimación?
☐	¿Escribiste la conclusión con la notación correcta?

6**RECUERDA · Tip Final del Profesor***Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?*

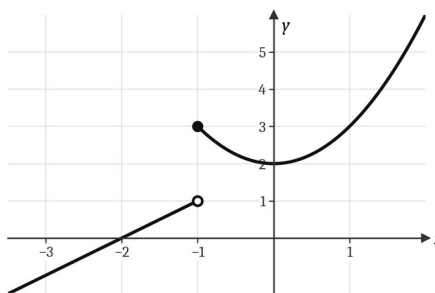
Cuando estimes límites en una gráfica, recuerda: el valor de $f(a)$ **no importa**. Solo importa hacia dónde va la función cuando te acercas a a .

7**PRACTICA · Práctica Aplicada - 5 versiones***Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?***Versión 1***Hueco*

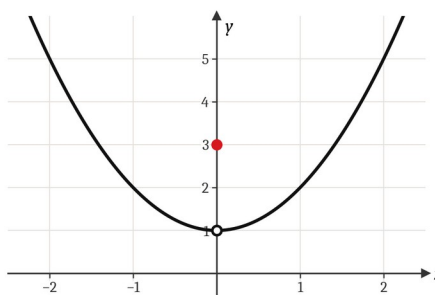
La gráfica muestra una función con un hueco en $x=2$. Estima $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

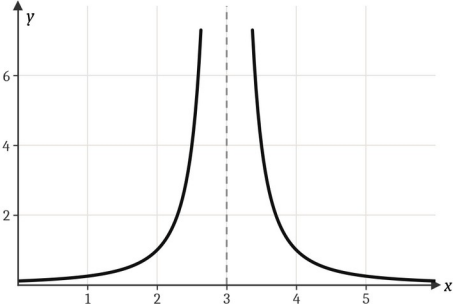
**Versión 2***Salto*

Determina los límites laterales en $x=-1$ y decide si $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ existe.

**Versión 3***Punto desplazado*

En la gráfica, $f(0)=3$. Estima $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ y compáralo con $f(0)$. ¿Es f continua en 0?



Versión 4 <i>Asíntota</i>	La gráfica tiene una asíntota vertical en $x=3$. Describe el comportamiento de $f(x)$ cuando $x \rightarrow 3$. 
Versión 5 ★ <i>Enunciado verbal</i>	Sin gráfica: $f(1)=3$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)=5$ y $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)=2$. Esboza una gráfica compatible y concluye si $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ existe.

CLAVE DE RESPUESTAS

1. 4 (el hueco no impide que el límite exista).
2. Por la izquierda 1 y por la derecha 3: el límite no existe.
3. El límite es 1; como $f(0)=3 \neq 1$, f no es continua en 0.
4. $f(x) \rightarrow +\infty$ por ambos lados, es decir, $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$; la recta $x=3$ es asíntota vertical.
5. No existe, porque $5 \neq 2$; el valor $f(1)=3$ no influye.