

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hallar parámetros para que un límite exista y tenga un valor dado

CÓDIGO MAT-CAL 1-X1	NIVEL ★ X · Desafío	TIEMPO ESTIMADO 15–20 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO Límites y continuidad (arquetipo del módulo)	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante halle los parámetros de una sola expresión para que su límite exista (sea finito) o tenga un valor dado, razonando qué condición necesaria impone la forma del límite.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando **un solo límite** (una sola expresión, sin tramos) tiene **constantes desconocidas** y te piden los valores que hacen que el límite **exista** o tenga un valor concreto. Aquí se espera que descubras qué condición necesaria impone el enunciado, incluso si no hay un procedimiento fijo para encontrarla. Ejemplo mínimo: halla a para que exista $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - a}{x - 3}$.

 **Pista:** El límite de una sola expresión contiene constantes $a, b, k, \dots$; no se habla de $f(a)$ ni de continuidad.

 **Pista:** Se pide «¿para qué valor existe el límite?» o «halla a y b tales que el límite valga 3».

 **Frontera:** Si las constantes están en una función **por tramos** (o en un valor aparte $f(a)=k$) y se pide que sea continua, NO es este arquetipo → ve a «Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua» (1-II).

 **Frontera:** Si el límite no tiene constantes por determinar, NO es este arquetipo → ve a la plantilla G de ese tipo de límite (temas 1.3, 1.4 o 1.7).

 **Conexión:** Usa las técnicas de 1.3 (0/0), 1.4 (trigonométricos) y 1.7 (al infinito) una vez halladas las condiciones.

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Límite	—	_____ ($x \rightarrow$ _____)
Parámetros	—	_____
Condición pedida	—	☐ que exista ☐ que valga _____
¿Qué se pide?	☐ Valor de los parámetros ☐ Valor del límite	
Representación [Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]		

☐ **Control:** ¿Sustituiste para ver qué forma aparece $(\frac{L}{0}, \frac{0}{0}, \infty - \infty)$? ☐ Sí ☐ No

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Heurística clave Denominador $\rightarrow 0$ y límite finito $\Rightarrow$ numerador $\rightarrow 0$	Da la primera ecuación.
Heurísticas generales explorar casos · plantear condiciones necesarias · reducir a un tipo conocido · verificar	Guían la búsqueda cuando no hay procedimiento fijo.

 **Conexión:** Fichas teóricas: Temas 1.3, 1.4 y 1.7.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · EXPLORA

1. **Sustituye** y observa qué forma aparece con los parámetros.

B · ELIGE UNA ESTRATEGIA

2. **Plantea** la condición necesaria para que el límite sea finito.

 **Clave:** Si el denominador tiende a 0 y el límite es finito, **el numerador también debe tender a 0**: esa es tu primera ecuación.

3. **Reduce** el problema a un arquetipo conocido (factorizar, racionalizar...) y calcula el límite en función de los parámetros.

 **Cuidado:** La condición necesaria no siempre basta: calcula el límite para confirmar.

4. **Resuelve** las ecuaciones para los parámetros.

C · VERIFICA

5. **Sustituye** los parámetros y calcula el límite.

☐ **Control:** ¿El límite existe y vale lo pedido? Sí $\rightarrow$ listo. No $\rightarrow$ revisa las condiciones.

6. **Concluye** con los valores de los parámetros.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Explicaste de dónde sale cada ecuación?
☐	¿Comprobaste que la condición necesaria basta?
☐	¿Calculaste el límite con los parámetros hallados?
☐	¿Una evaluación numérica confirma el valor?
☐	¿Consideraste si hay más de una solución?

6 **RECUERDA** · Tip Final del Profesor

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?

 Cuando no sabes por dónde empezar, pregúntate: **¿qué tendría que pasar para que el límite fuera finito?**

7**PRACTICA · Práctica Aplicada – 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa</i>	Halla a para que exista $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax - 6}{x - 2}$ y calcula el límite.
Versión 2 <i>Dos parámetros</i>	Halla a y b tales que $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x - 1} = 3$.
Versión 3 <i>Con radicales</i>	Halla a y b tales que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax + b} - 2}{x} = 1$.
Versión 4 <i>Al infinito</i>	Halla a tal que $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + ax} - x) = 3$.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	Halla a tal que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(ax)}{x^2} = 8$.

CLAVE DE RESPUESTAS

- $4 + 2a - 6 = 0$, luego $a = 1$. Como $\frac{x^2 + x - 6}{x - 2} = x + 3$, el límite es 5.
- $1 + a + b = 0$, así que $x^2 + ax + b = (x - 1)(x + 1 + a)$ y el límite vale $2 + a = 3$: $a = 1$ y $b = -2$.
- El numerador debe tender a 0: $\sqrt{b} = 2$, luego $b = 4$. Al racionalizar, el límite es $\frac{a}{4} = 1$, luego $a = 4$.
- $\sqrt{x^2 + ax} - x = \frac{ax}{\sqrt{x^2 + ax} + x} \rightarrow \frac{a}{2} = 3$, luego $a = 6$.
- El límite vale $\frac{a^2}{2} = 8$, luego $a = 4$ o $a = -4$.