

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Justificar si se cumplen las hipótesis del Teorema del Valor Intermedio

CÓDIGO MAT-CAL 1-T2	NIVEL ■ T · Teórico	TIEMPO ESTIMADO 10–15 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO Límites y continuidad (arquetipo del módulo)	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante revise las hipótesis del Teorema del Valor Intermedio en una situación dada y explique qué garantiza el teorema y qué no.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 RECONOCE · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando la pregunta es sobre el **propio teorema**: si el Teorema del Valor Intermedio (TVI) **se puede aplicar**, por qué parece fallar o qué **garantiza** exactamente. Aquí se espera que revises cada hipótesis y argumentes, incluso si la conclusión del teorema parece cumplirse (o no) por otras razones. Ejemplo mínimo: $\tan x$ cambia de signo en $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ pero no se anula en ese intervalo; ¿contradice el TVI?

 **Pista:** Aparecen preguntas como «¿contradice esto el TVI?», «¿qué garantiza el teorema?» o «¿se puede aplicar?».

 **Pista:** La función tiene una discontinuidad en el intervalo, o el valor pedido no está entre $f(a)$ y $f(b)$.

 **Frontera:** Si se pide **aplicar** el teorema para probar que una ecuación concreta tiene una raíz, NO es este arquetipo → ve a «Probar que una ecuación tiene una raíz en un intervalo» (1.9-G1).

 **Frontera:** Si se pide demostrar una afirmación **general** (para toda f que cumpla ciertas condiciones), aunque el TVI sea la herramienta, NO es este arquetipo → ve a «Demostrar o refutar una afirmación general sobre límites o continuidad» (1-T3).

 **Conexión:** Prerrequisito: «Probar que una ecuación tiene una raíz en un intervalo» (1.9-G1).

2 ORGANIZA · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Hipótesis del TVI	—	☐ f continua en $[a, b]$ ☐ k entre $f(a)$ y $f(b)$
Tesis del TVI	—	existe $c \in (a, b)$ con $f(c) = k$
Situación del problema	—	_____
¿Qué se pide?	☐ ¿Se aplica el teorema? ☐ ¿Qué garantiza? ☐ Demostración	
Representación <i>[Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]</i>		

☐ **Control:** ¿Revisaste **cada** hipótesis por separado? ☐ Sí ☐ No

⚠ Cuidado: Si una hipótesis falla, el teorema **no dice nada**: la conclusión puede cumplirse o no.

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Teorema del Valor Intermedio Si f es continua en $[a, b]$ y k está estrictamente entre $f(a)$ y $f(b)$, existe $c \in (a, b)$ con $f(c) = k$	Garantiza existencia, no unicidad ni ubicación.
Lógica de un teorema hipótesis $\Rightarrow$ tesis; sin las hipótesis, la tesis no está garantizada	Base de la argumentación.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.9 – Teorema del Valor Intermedio.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · ANÁLISIS (BORRADOR)

1. **Escribe** las hipótesis y la tesis del teorema.
2. **Revisa** cada hipótesis en la situación del problema.

B · CONSTRUCCIÓN DE LA PRUEBA

3. **Argumenta** qué hipótesis se cumple o falla y por qué.

 **Clave:** El teorema **garantiza** la tesis solo si **todas** las hipótesis se cumplen; si alguna falla, no afirma nada.

4. **Construye** un ejemplo o contraejemplo si hace falta.

C · REVISIÓN

5. **Revisa** la lógica de tu argumento.

☐ **Control:** ¿Distinguiste «el teorema no se aplica» de «la conclusión es falsa»? Sí $\rightarrow$ correcto.

6. **Concluye** con una frase que diga qué garantiza (o no) el teorema.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Revisaste la continuidad en todo el intervalo cerrado?
☐	¿Comprobaste si k está entre $f(a)$ y $f(b)$?
☐	¿Distinguiste «no se aplica» de «es falso»?
☐	¿Tu contraejemplo cumple lo que dices?
☐	¿La conclusión es una frase completa?

6 **RECUERDA** · Tip Final del Profesor

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?

 Un teorema es un **contrato**: si se cumplen las hipótesis, entrega la tesis. Si no se cumplen, no promete nada.

7**PRACTICA · Práctica Aplicada - 5 versiones***Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?*

Versión 1 <i>Directa</i>	$f(x) = \frac{1}{x}$ cumple $f(-1) = -1$ y $f(1) = 1$, pero no tiene raíces. ¿Contradice el TVI?
Versión 2 <i>Parte entera</i>	¿Existe c en $[0, 2]$ con $\ c\ = 0,5$? ¿Por qué no se aplica el TVI?
Versión 3 <i>¿Qué garantiza?</i>	f es continua en $[0, 1]$, $f(0) = 2$ y $f(1) = 5$. ¿Garantiza el TVI un c con $f(c) = 3$? ¿Y con $f(c) = 6$?
Versión 4 <i>Signos iguales</i>	Si f es continua en $[a, b]$ y $f(a) \cdot f(b) > 0$, ¿puede tener raíces en (a, b) ? Da un ejemplo.
Versión 5 ★ <i>Más exigente</i>	f es continua en $[0, 4]$, $f(0) = 1$, $f(2) = -2$ y $f(4) = 3$. ¿Cuántas raíces garantiza el TVI en $(0, 4)$? ¿Garantiza que no haya más? ¿Qué cambia si no se sabe que f es continua?

CLAVE DE RESPUESTAS

1. No: f no es continua en $[-1, 1]$ (falla en $x = 0$), así que el teorema no se aplica.
2. No existe: $\|x\|$ solo toma valores enteros. El TVI no se aplica porque $\|x\|$ no es continua en $[0, 2]$ (salta en $x = 1$).
3. Sí para 3, que está entre 2 y 5; para 6 no hay garantía (puede existir o no).
4. Sí: $f(x) = x^2$ en $[-1, 1]$ cumple $f(-1) \cdot f(1) = 1 > 0$ y tiene la raíz $x = 0$; el TVI simplemente no la asegura.
5. Al menos dos: una en $(0, 2)$ y otra en $(2, 4)$, porque f cambia de signo en cada subintervalo. No garantiza que no haya más. Sin continuidad, el TVI no garantiza ninguna.