

PLANTILLA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Hallar constantes o redefinir $f(a)$ para que una función sea continua

CÓDIGO MAT-CAL 1-I1	NIVEL ◆ I · Integrador	TIEMPO ESTIMADO 10–15 min por versión	VERSIÓN v1.0 · 09/2026
DISCIPLINA · ASIGNATURA Matemáticas · Cálculo Diferencial · Módulo 1		TEMA DEL ÍNDICE MAESTRO Límites y continuidad (arquetipo del módulo)	
QUÉ EVALÚA ESTE ARQUETIPO Que el estudiante halle las constantes (o el valor $f(a)$) que hacen continua una función definida por tramos, planteando una ecuación de continuidad en cada punto de unión.			

 Pista
  Frontera
  Cuidado
  Clave
 ☐ Control
  Conexión

1 **RECONOCE** · Identificación del Problema

Reconocer el arquetipo antes de calcular · ¿Qué tipo de problema es este?

Este tipo de problema suele aparecer cuando una función **definida por tramos** (o con un valor aparte $f(a)=k$) tiene **constantes desconocidas** y te piden los valores que la hacen continua, o que hacen que exista el límite en la unión. Aquí se espera que plantees una ecuación por cada punto de unión («los tramos se unen»), incluso si calcular un límite exige otra técnica. Ejemplo mínimo: $f(x)=x^2$ si $x<1$ y $f(x)=ax$ si $x\geq 1$.

 **Pista:** La función se define **por tramos** o con un valor aparte ($f(a)=k$), y en su definición aparecen constantes como a, b, c o k .

 **Pista:** Se pide «encuentra los valores que hacen continua a f » o «¿cómo definir $f(a)$ para que f sea continua?».

 **Frontera:** Si no hay constantes y solo se pregunta si es continua, NO es este arquetipo → ve a «Verificar la continuidad en un punto» (1.8-G1).

 **Frontera:** Si hay **una sola expresión** (sin tramos ni valor aparte) y se pide que su límite exista o valga un número, NO es este arquetipo → ve a «Hallar parámetros para que un límite exista y tenga un valor dado» (1-X1).

 **Conexión:** Combina: «Límite en un punto donde cambia la fórmula» (1.2-G1) + «Verificar la continuidad en un punto» (1.8-G1) + la técnica de límite que haga falta (1.3, 1.4).

2 **ORGANIZA** · Datos Iniciales

Leer activamente y organizar la información · ¿Qué tengo y qué me piden?

Elemento del problema	Notación	Valor, expresión o condición
Función	f	_____
Puntos de unión	—	$x = \underline{\hspace{1cm}}$, $x = \underline{\hspace{1cm}}$
Constantes	—	_____ (n.º de incógnitas: _____)
¿Qué se pide?	☐ Valor de las constantes ☐ Valor de $f(a)$	
Representación <i>[Si aplica: gráfica, diagrama, tabla, esquema...]</i>		

☐ **Control:** ¿Tienes **una ecuación por cada punto de unión** y tantas ecuaciones como incógnitas? ☐ Sí ☐ No

3 **ACTIVA** · Fórmulas o Conceptos Clave

Activar solo la teoría necesaria · ¿Qué herramientas necesito?

Concepto y fórmula	Aplicación aquí
Condición de continuidad $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = f(a)$	Da una ecuación en cada punto de unión.
Extensión continua $f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$	Para redefinir un valor y eliminar una discontinuidad evitable.

 **Conexión:** Ficha teórica: Tema 1.8 – Continuidad.

4 **RESUELVE** · Resolución Paso a Paso

Seguir un camino válido para cualquier versión · ¿Qué hago y en qué orden?

A · DESCOMPÓN

1. **Identifica** los puntos de unión y las constantes.
2. **Decide** qué plantilla usarás para cada límite (1.2-G1, 1.3 o 1.4).

B · RESUELVE CADA PARTE

3. **Calcula** los límites laterales en cada punto de unión con la fórmula de cada lado.

 **Cuidado:** Las constantes quedan dentro de las expresiones, y $f(a)$ se calcula con el tramo que incluye a a ($\leq$ o $\geq$).

4. **Plantea** en cada punto de unión: límite izquierdo = límite derecho ($= f(a)$).

 **Clave:** Cada punto de unión aporta **una ecuación**: la continuidad se convierte en un sistema.

5. **Resuelve** el sistema de ecuaciones.

C · INTEGRA

6. **Sustituye** las constantes y comprueba la continuidad.

☐ **Control:** ¿Los laterales coinciden en cada punto de unión? Sí → listo. No → revisa el sistema.

7. **Concluye** con los valores de las constantes.

5 **COMPRUEBA** · Verificación Final

Comprobar por caminos independientes · ¿Tiene sentido lo que obtuve?

☐	¿Planteaste una ecuación por cada punto de unión?
☐	¿Calculaste los límites con la fórmula de cada lado?
☐	¿Resolviste bien el sistema?
☐	¿Comprobaste la continuidad con los valores obtenidos?
☐	¿Una gráfica confirma que los tramos se unen?

6 **RECUERDA** · Tip Final del Profesor

Fijar la clave del arquetipo · ¿Qué no debo olvidar?

 Continuidad en una unión = **los dos tramos llegan al mismo punto**. Escribe esa igualdad y despeja.

7**PRACTICA · Práctica Aplicada – 5 versiones**

Transferir el arquetipo a casos nuevos · ¿Puedo hacerlo solo en otro caso?

Versión 1 <i>Directa</i>	Halla c para que f sea continua: $f(x) = \begin{cases} cx^2 + 2x & \text{si } x < 2 \\ x^3 - cx & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$.
Versión 2 <i>Extensión continua</i>	Sea $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ si $x \neq 2$. ¿Qué valor debe tener $f(2)$ para que f sea continua en $x = 2$?
Versión 3 <i>Dos constantes</i>	Halla a y b para que f sea continua: $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{si } x < 1 \\ ax + b & \text{si } 1 \leq x < 3 \\ 3x & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$.
Versión 4 <i>Trigonometría</i>	Sea $f(x) = \frac{\sin(3x)}{x}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = k$. Halla k para que f sea continua.
Versión 5 ★ <i>Combina con racionalizar</i>	Sea $f(x) = \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$ si $x \neq 0$ y $f(0) = k$. Halla k para que f sea continua.

CLAVE DE RESPUESTAS

- $4c + 4 = 8 - 2c$, luego $c = \frac{2}{3}$.
- $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$.
- $a + b = 2$ y $3a + b = 9$, luego $a = \frac{7}{2}$ y $b = -\frac{3}{2}$.
- $k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{x} = 3$.
- $k = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{1}{4}$.